Пояснения к олимпиаде летней Школы ПМФ 2010

1. О группах перестановок элементов конечных множеств

Лекцию прочитал д.ф.-м.н. **Амосов Григорий Геннадьевич** (кафедра высшей математики МФТИ) 2 июля 2010 г. с 9:00 до 10:25.

Предположим, что у нас имеется множество многочленов от n переменных x_k, $1 \leq k \leq n$, с рациональными коэффициентами. На таком множестве определены операции сложения, вычитания и умножения, так что в математике такое множество называется кольцом. Рассмотрим какую-нибудь перестановку σ на конечном множестве $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$, то есть такое преобразование, которое будет менять порядковый номер k элемента $x_k \in X$. Нас будет интересовать вопрос, можно ли продолжить такую перестановку до преобразования кольца многочленов, сохраняющего алгебраические операции (так называемого изморфизма кольца), то есть так, чтобы для любых двух многочленов f и g выполнялись условия $\sigma(f+g) = \sigma(f) + \sigma(g)$, $\sigma(f-g) = \sigma(f) - \sigma(g)$, $\sigma(fg) = \sigma(f)\sigma(g)$. Оказывается, что далеко не для любой перестановки существует подобное продолжение. Всё зависит от того, существует ли некоторая алгебраическая связь между числами из множества X.

2. Некоторые задачи в условиях сухого трения

Лекцию прочитал к.ф.-м.н. **Федичев Олег Борисович**, доцент кафедры теоретической механики МФТИ 3 июля 2010 г. с 9:00 до 10:25.

Момент инерции цилиндра: $mR^2/2$.

3. Итерации функций и ветвящиеся случайные процессы

Лекцию прочитал к.ф.-м.н. **Келлин Николай Сергеевич** (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН) 4 июля 2010 г. с 9:00 до 10:25.

4. Биофизика и поиск новых лекарственных средств

Лекцию прочитал к.ф.-м.н. **Федичев Пётр Олегович** (Quantum Pharmaceuticals) 5 июля 2010 г. с 9:00 до 10:25.

5. Развертки многогранников и теорема Александрова

Лекцию прочитал к.ф.-м.н. **Гарбер Алексей Игоревич** (Мехмат МГУ, кафедра высшей математики МФТИ) 5 июля 2010 г. с 15:30 до 16:55.

Широко известна развертка куба, представляющая собой крест из шести квадратов. Чуть менее известна, но также широко распространена развертка куба, являющаяся своеобразной "змейкой также состоящая из шести квадратов, каждый из которых соответствует одной из граней куба.

В данной лекции мы поговорим о развертках произвольных многогранников. В частности мы обсудим вопросы: "Что называется разверткой? "Для каких разверток существует выпуклый многогранник с данной разверткой? а также поговорим о теореме А.Д.Александрова, которая утверждает, что для любой развертки, каждая вершина которой имеет неотрицательную кривизну, и которая гомеоморфна сфере, существует и единственный выпуклый многогранник с данной разверткой.

6. Необычные свойства обычного пространства, или как измерить длину доски

Лекцию прочитал к.ф.-м.н. **Зеленов Евгений Игоревич** (Математический институт им. В.А. Стеклова РАН) 6 июля 2010 г. с 9:00 до 10:25.

Подходы математической физики. Одна из возможных точек зрения.

Математическая физика (М$\cap$Ф) — особый взгляд на физическую реальность.

Почему все-таки физика? Просто потому, что исходные мотивировки М$\cap$Ф — построение моделей конкретных физических явлений, или построение теорий, описывающих физические явления.

Почему математическая физика? С точки зрения математической физики, соотношения между математическими понятиями (которые моделируют физические объекты) имеют самостоятельную ценность, и столь же реальны, как и физические законы. Продукт труда математического физика - математическое утверждение (Теорема). Физика в этом процессе выступает как источник мотивировок на этапе постановки задачи, и как источник вдохновения - физическая интуиция - в процессе решения.

Моделирование реальности.

Алгоритм действия таков: физическое явление $\to$ математическое понятие $\to$ математическое утверждение. Первый шаг этого алгоритма условно назовем моделированием физической реальности.

Рассмотрим простой, на первый взгляд, физический эксперимент. Задача - измерить длину линейного объекта, например, доски. Другими словами, для конкретной доски мы должны сделать утверждение: длина доски составляет столько-то метров, сантиметров, миллиметров, долей миллиметра и т.д.

Прежде всего нужно определить, что такое один метр. Другими словами, нужен эталон. История эталона метра весьма поучительна, и как в зеркале отражает развитие экспериментальной физики. Для наших простых целей используем так называемый "архивный"эталон (брусок из сплава платины и иридия, который хранится в Международном бюро мер и весов в Севре, использовался в качестве эталона до 1960 года). Современные эталоны устроены, конечно, совсем иначе. Отметим только, что точность современных эталонов для атомных измерений составляет около 10^{-13} м - это будет нам важно в дальнейшем.

Начинаем мерять нашу доску и смотреть, какие математические понятия возникают в этом процессе. Процесс разобъем на несколько этапов.

Этап 0.

Берем некоторое количество эталонов и прикладываем их один к другому, начиная с начала доски до тех пор, пока конец некоторого эталона не выйдет за пределы доски. На этом первый этап измерений заканчиваем.

Проанализируем, какие математические понятия и утверждения нам потребовались на этом этапе.

Фраза "... некоторое количество эталонов ..."подразумевает понятие *натурального числа* - числа $1, 2, 3, \ldots,$. Развивая это понятие, приходим к понятию *целого числа*, и далее к понятию *группа целых чисел*. Группа целых чисел $\mathbb{Z}$ - это множество, состоящее из следующих элементов: натуральные числа $1, 2, 3, \ldots$, обратные к натуральным числам $-1, -2, -3, \ldots$ и 0 с операцией сложения.

Символически результат первого этапа можно записать следующим образом.

$$k_0 \leq L < k_0 + 1.$$

L - искомая длина доски.

Заметим также, что для написания формулы нам потребовалось математическое понятие *упорядоченное множество*.

И последнее, что мы отметим, - мы приняли на веру тот интуитивно очевидный факт, что, прикладывая один эталон к другому, мы достигнем конца доски. В дальнейшем попробуем в этом усомниться и посмотреть, к чему это приведет.

Подводя итоги нулевого этапа измерений, можно сказать, что длина доски больше k_0 метров и меньше k_0+1 . Может, конечно, повезти, и длина будет ровно k_0 метров, на этом наш увлекательный процесс закончится. В общем же случае,

$$L = k_0 + \Delta_1,$$

кусок доски, длина которого меньше метра.

Этап 1.

Немного упростим себе жизнь и будем считать, что мы умеем точно распиливать эталон пополам. Другими словами, у нас есть эталон $1/2, 1/4, \ldots 1/1024, \ldots$ метра. Заметим срузу, что мы ввели, таким образом, понятие *рационального числа*. Рациональное число - это отношение двух целых чисел. Рациональные числа можно не только складывать и вычитать, но и умножать и делить, причем, умножение и сложение согласованы определенным образом. Такой объект называется полем. Таким образом, на втором этапе измерений мы работаем не с группой целых чисел, а с *полем рациональных чисел* $\mathbb{Q}$. Теперь проделаем процедуры этапа 0, но для доски Δ_1 и эталоном полуметра. Получим соотношение

$$1/2k_1 \leq \Delta_1 < 1/2k_1 + 1/2,$$

$$L = k_0 + \frac{1}{2}k_1 + \Delta_2,$$

где Δ_2 - доска длины меньше чем полметра. Заметим, что, поскольку длина обрезка Δ_1 меньше метра, то k_1 либо 0, либо 1.

Этап n.

$$L = k_0 + \frac{k_1}{2} + \frac{k_2}{4} + \cdots + \frac{k_n}{2^n} + \Delta_{n+1}.$$

Процесс, вообще говоря, может никогда не остановиться. Но, в какой-то момент, мы будем считать, что обрезок Δ_{n+1} достаточно маленький. Что значит достаточно? С точки зрения физики, это 10^{-13} м - предел точности самого эталона. С точки зрения математической физики - ограничения пока нет.

Попытаемся понять, что значит маленький. Математическое понятие - *норма рационального числа*. Нормой называется отображение поля рациональных чисел $\mathbb{Q}$ в множество неотрицательных рациональных чисел,$q \to |q|$, обладающее свойствами

1. $|0| = 0$,
2. $|q_1 q_2| = |q_1||q_2|$,

3. $|q_1 + q_2| \leq |q_1| + |q_2|$.

Понятие нормы и, соответственно, малости, позволяет ввести понятие "хороших"(фундаментальных) последовательностей. Последовательность рациональных чисел $\{q_n\ n = 1, 2, \dots\}$ называется *фундаментальной*, если, начиная с некоторого достаточно большого номера, норма разности $|q_n - q_m|$ меньше любого наперед заданного числа.

Фундаментальные последовательности хороши тем, что с ними можно работать как с обычными числами - складывать, вычитать, умножать и делить. Рациональным числам при этом соответствуют конечные фундаментальные последовательности. Процедура добавления к рациональным числам всех фундаментальных последовательностей называется *пополнением поля рациональных чисел по норме.*

Таким образом, процесс измерения доски можно вообще не останавливать. Тогда, вообще говоря, результатом измерения будет фундаментальная последовательность рациональных чисел (если повезет - то рациональное число).

Приведем пример нормы. Пусть q - рациональное число. Тогда, если q - положительное, то $|q| = q$, если же q - отрицательное, то $|q| = -q$. (Обычное абсолютное значение)

Пополнение поля рациональных чисел по этой норме есть поле дейстительных чисел $\mathbb{R}$.

Подводя итоги первого часа, напомним математический багаж, который мы приобрели: *Группа целых чисел $\mathbb{Z}$, Упорядоченное множество, Поле рациональных чисел $\mathbb{Q}$, Норма, Пополнение по норме, Поле вещественных чисел $\mathbb{R}$*

Квантовая доска

Напомним, что ранее мы приняли на веру тот интуитивно очевидный факт, что, прикладывая один эталон к другому, мы достигнем конца доски. Тем не менее, это совершенно определенное предположение об устройстве пространства, а именно, аксиома Архимеда. Для нашего случая она звучит так: если даны два отрезка, то отложив достаточное количество раз меньшего из них, можно покрыть больший. Эту аксиому еще называют аксиомой измеримости.

Какие у нас есть основания, чтобы усомниться в справедливости аксиомы Архимеда?

Первое основание довольно банальное. Как уже отмечалось, точность современных эталонов длины обеспечивает измеримость до расстояний 10^{-13} м. Что делать, если необходимо работать с меньшими длинами?

Можно было бы возразить, что развитие технологии позволит улучшить до любых пределов качество эталонов. Однако, существует принципиальный предел - Планковская длина 10^{-35} м. Существование этого принципиального предела измеримости следует из квантовой гравитации. Попробую это пояснить.

Современный эталон метра выглядит следующим образом: длина одного метра в настоящий момент установлена равной пути, проходимому светом в вакууме за 1/299 792 458 секунды. Это означает, что если мы хотим иметь эталон точности Δx, мы должны уметь определять координуту частицы с этой точностью. В соответствии с принципом неопределенности Гейзенберга, это означает, что в пучке фотонов, используемых для определения координаты частицы с точностью Δx неизбежно присутствуют фотоны с импульсом, большим чем $h/\Delta x$ (и, соответственно, энергией, большей чем $ch/\Delta x$). Это следствие из фундаментального принципа квантовой механики пока не создает принципиальных ограничений для создания эталона длины сколь угодно большой точности. Однако, для этого потребуется использовать частицы со сколь угодно большой энергией.

Добавим теперь в нашу схему общую теорию относительности Эйнштейна. В соответствии с ОТО, в присутствии частиц с массой (энергией) пространство перестает быть плоским. Чем выше энергия частицы, тем выше кривизна пространства. Это вносит свои коррективы в процесс измерения и приводит к весьма интригующему результату. Если мы верим в справедливость квантовой механики и ОТО (теории, имеющие блестящие экспериментальные подтверждения), то существует абсолютный предел измеримости - Планковская длина.

Это приводит к абсолютно новым представлениям о структуре пространства на субпланковских масштабах. Одна из идей (И.В. Волович) - аксиома Архимеда не выполняется, т.е. пространство неархимедово.

p-Адические числа.

Попробуем перевести эту идею на язык математических утверждений. Из нашего приобретенного математического багажа хотелось бы сохранить рациональные числа и понятие нормы.

Ранее мы рассмотрели в качестве примера одну норму на поле рациональных чисел. Оказывается, есть и другие. Выберем простое число p и представим рациональное число q в виде $q = p^\gamma m/n$, где целые числа m и n не делятся на p. Легко заметить, что это можно сделать единственным образом. Определим p-адическую норму числа q по формуле $|q|_p = p^{-\gamma}$.

Пример. Проверить, что выполняются аксиомы нормы.

Легко заметить, что нормы любого целого числа меньше или равна 1. Следовательно, сколько бы мы не брали эталонов p-адической длины 1, суммарная их длина будет меньше 1. Аксиома Архимеда не выполняется. Выполнив процедуру пополнения по этой норме, получим поле $\mathbb{Q}_p$ p-адических чисел. Поле p-адических чисел обладает весьма экзотической геометрией. Основа всей экзотики - справедливость более сильного неравенства, чем неравенство треугольника. А именно, $|q_1 + q_2|_p \le \max\{|q_1|_p, |q_2|_p\}$.

Пример. Доказать сильное неравенство треугольника.

В качестве демонстрации необычных свойств p-адической геометрии, докажем такое утверждение. *Любая точка шара является его центром.*

Действительно, пуссть B_0 - шар с центром в нуле, а B_a - шар с центром в a и $|a|_p \le 1$. Если $x \in B_0$, т.е. $|x|_p \le 1$, то $|x-a|_p \le 1$ и, следовательно, $x \in B_a$, т.е. $B_0 \subset B_a$. Обратно, пусть $x \in B_a$. Предположим, что $|x|_p > 1$. Тогда $1 < |x|_p = |x-a+a|_p \le \max\{|x-a|_p, |a|_p\} \le 1$. Полученное противоречие показывает, что $x \in B_0$ и, следовательно,$B_a \subset B_0$.

Из доказанного немедленно следует, что *два шара одинакового радиуса либо не пересекаются, либо совпадают.*

Стоит заметить, что p-адические числа являются стандартным инструментом в теории чисел, гипотеза о неархимедовой природе пространства на субпланковских масштабах возникла в конце 80-х.

Самое любопытное, что у нас не такой уж большой выбор. Оказывается (теорема Островского), на поле рациональных чисел существует абсолютное значение, семейство p-адических норм, и других норм не существует.

Это чисто математическое утверждение. Какие физические законы оно отражает? Ответом на этот вопрос будет построение теории, которая будет неархимедовой на субпланковских масштабах, и перейдет в привычную архимедову на больших масштабах.

7. Биофизика

Лекцию прочитал к.ф.-м.н. **Васильев Алексей Артёмович** (ИТЭФ, кафедра биофизики и экологии МФТИ) 6 июля 2010 г. с 15:30 до 16:55.

1. Указания к решению

С физической точки зрения можно выделить три фазы.

1. Начальную фазу разгона (при нулевой скорости и малых скоростях, пока не лимитирует ограничение по мощности) определяет максимальная сила, которую способен развить бегун $F = F_{max} = fS$, где удельная сила $f = 40-50$Н/см^2 (по справочным данным), а площадь поперечного сечения S — это доля поперечника тела, используемого при разгоне. Величину S можно оценить грубо как поперечное сечение ноги, учитывая, что с одной стороны, работает и мускулатура тела, отвечающая большему поперечному сечению, а с другой стороны, не весь поперечник ноги заполнен мышцами, участвующими в разгоне...

   Если считать максимальную силу неизменной (т.е. пренебречь утомлением на этой фазе), то это режим $F = F_{max} = \text{const}$, т.е. $a = \text{const}$.

2. Затем ограничивает максимальная достигаемая мощность: $N_{max} = Fv = \text{const}$, т.е. $av = \text{const}$.

   Если использовать справочные данные, принимая $N_{max} = 30I_0$, получим (переведя I_0 в Вт и учитывая КПД=20-25% — по справочным данным) связь скорости и ускорения.

   В реальности максимальная мощность на малых временах больше, чем по этой оценке (т.к. кратковременно мускулатура способна работать без потребления кислорода с мощностью порядка $100I_0$, но эта величина не обсуждалась на лекции и не приведена в справочных данных). Школьник этого не знает, но может обратить на отличие расчетной величины от известных данных при разгоне на 100 метровке.

3. Стационарную скорость (при нулевом ускорении, т.е. в режиме $a = 0$, $v = \text{const}$) определяют затраты на движение. По справочным данным затраты на бег $2,7m^{-7/18}$ккал $\cdot$ кг$^{-1}$ $\cdot$ км$^{-1}$ $= q(m)$

   Отсюда оценка стационарной скорости по уравнению $I = vmq(m)$.

   Конец фазы 2 соответствует окончанию разгона, отсюда оценивается время разгона.

   Грубую оценку для времени разгона можно получить, зная начальное ускорение и конечную скорость.

2. Справочные данные

0. Обозначения

а.о. - аминокислотный остаток; п.н. — пара нуклеотидов ЭТЦ — электрон-транспортная цепь; C_2, C_3, C_4 и т.д. — 2-х, 3-х, 4-х углеродные соединения,

1. Молекулярные массы (1Да $= 1.661 \times 10^{-24}$г.):

АТФ — 507 Да «средний» белок — 30 000 Да; «средний» а.о. — 110 Да; п.н. — 660 Да; гемоглобин (Hb) — 68 000 Да; миоглобин (Mb) — 17 000 Да РДФК (рибулезодифосфаткарбоксилаза) — 550 000 Да.

2. Характеристики вторичной структуры макромолекул:

белковая α-спираль: правая; на 1 виток приходится 3.6 а.о.; на 1 а.о. приходится 0.15 нм; шаг спирали составляет 0.54 нм; диаметр спирали без учета боковых групп — 0.6 нм;

β-конформация — максимально вытянутая полипептидная цепь: на 1 а.о. приходится 0.347 нм;

коллагеновая спираль: на 1 виток приходится 3 а.о.; на 1 а.о. приходится 0.29 нм;

двойная спираль ДНК (B-конформация): на 1 виток приходится 10 п.н.; вклад каждой п.н. в общую длину молекулы ДНК - 0.34 нм

Размер статистического сегмента: белок — 10 нм; ДНК — 100 нм

3. Универсальные постоянные:

Число Авогадро: $N_A = 6.021023$молекул/моль

Элементарный заряд: e = 1.6 10-19Кл

Число Фарадея: F = eNA = 23062 кал/(В моль) = 96485 Кл/моль

Постоянная Планка: h = 6.626 10-34Дж с

Универсальная газовая постоянная: R = 8.314 Дж/(моль К)

Постоянная Больцмана: k = R/NA = 1.38 10-23Дж/К

Объем моля идеального газа при T = 273.15 К и p = 1 атм:

V = RT/p = 22.414 л/моль.

Коэффициенты пересчета:

1 Кюри (Ci) = 3.7 1010Бк = 3.7 1010распадов/с;

1 кал = 4.184 Дж. 1 эВ = 1.6 77 010 5-19 0Дж.

K =0C + 273; 1 атм = 760 мм рт. ст. = 760 торр= 101325 Па.

Количество растворенных в воде газов пропорционально их «парциальному» давлению. При P = 1 атм, T = 15°C

Кислород 34,1 мл O_2(г)/л воды

Азот 16,9 мл N_2(г)/л воды

Углекислый газ 1019,0 мл CO_2(г)/л воды

температура (оС)	0	10	20	30	37	40	50	100
давление паров H20 (% от 1 атм)	0,6	1,2	2,3	4,2	6,4	7,3	12,2	100

Вода: вязкость = 0,01 г/(см с), теплоемкость = 75,5 Дж/моль К = 1 кал/г К; теплота испарения (40°C) = 10,3 ккал/моль.

Воздух: теплоемкость = 0, 24 кал/(г К) = 10 Дж/(г К); плотность = 1,29 кг/м3 (40°C); вязкость = 0,00018 г/(см с)

Жир: теплопроводность 0,15 Вт $\cdot$ м$^{-1}$ $\cdot$ град$^{-1}$;

Мех животных теплопроводность 91×10^{-6}кал $\cdot$ см$^{-1}$с$^{-1}$ $\cdot$ град$^{-1}$; плотность = 0,06 г/см^3

Объем жидкости или газа, прокачиваемый под давлением Δp:

- **через щель** высотой h, длиной l и шириной a ($a \ll h$): $Q = 1/12a^3 3h\,\Delta p/(\eta l)$
- **для цилиндра** радиуса r: $Q = \pi/8r^4\,\Delta p/(\eta l)$ (формула Пуазейля)

Интенсивность полного **солнечного света** = 500Вт/м^2

4. Количественные характеристики энергетических процессов:

Энергия АТФ (гидролиз до АДФ и $Ф_н$) = 45-50 кДж/моль при условиях в животной клетке 35 кДж/моль при условиях в растительной клетке (30,2 кДж/моль при [АТФ] = [АДФ] = [Фн] = 1М)

Энергия НАДФН - 219 кДж/моль → 3 АТФ (в ЭТЦ митохондрий) (230 кДж/моль в животной клетке при [НАДФН]/[НАДФ] = 10^2)

НАДН - 219 кДж/моль → 3 АТФ (в ЭТЦ митохондрий) (202 кДж/моль в животной клетке при [НАДН]/[НАД] = 10^{-3})

ФАДН → 2 АТФ (в ЭТЦ митохондрий)

Цикл Кребса

ацетил (C^2) ГТФ + ФАДН + 2 НАДН + НАДФН 12 АТФ (в ЭТЦ митохондрий)

Гликолиз

глюкоза $C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2$АТФ

гликоген $(C_6H_{12}O_6)_n \rightarrow 3n$АТФ

Дыхание (гликолиз + цикл Кребса)

$C_6H_{12}O_6 + 6O_2 \rightarrow 6CO_2 + 6H_2O + 2900$кДж $\rightarrow 38$АТФ (в ЭТЦ митохондрий)

5. Энергетические запасы человека

в печени - до 500 г гликогена,

в скелетных мышцах - до 200 г,

в сердечной мышце и в мозгу - около 90 г гликогена.

резервный жир - 67 г на 1 кг массы тела

резервные белки- 67 г на 1 кг массы тела

Продукция тепла, потребление кислорода и образование воды при метаболизме

питательное вещество	ккал/г	л O_2/г	ккал/ л O_2	ДК= CO_2/O_2	гH_2O/г	гH_2O/ккал
Углевод	4,2	0,84	5,0	1,00	0,56	0,13
Жир	9,4	2,0	4,7	0,71	1,07	0,11
Белок (→ мочевина)	4,3	0,96	4,5	0,81	0,39	0,09
белок (→ мочевая к-та)	4,25	0,97	4,4	0,74	0,50	0,11

⇒ пересчет 4,8 ккал = 20 кДж = л O_2.

«аллометрические соотношения»

-потребление O2, m - масса в кг

для теплокровных (39oC) I0 = 0,7 m3/4 л O2/ч, обычные нагрузки 2I0, длительно выдерживаемая повышенная нагрузка 3 I0, максимальные выдерживаемые нагрузки обычно 10 I0, у отдельных видов и особей 25-30 I0

у холоднокровных (20oC) I0 = 0,04 m3/4 л O2/ч

Размеры тела и соотношения параметров у млекопитающих (с.282)

потребление O2 (л/ч) 0,696 m3/4 (I)

потребление O2 (л O2/кг о ч) 0,696 m-1/4 (i)

вентиляция легких (л/ч) 20,0 m3/4

объем легких (л) 0,063 m1,02

дыхательный объем (л) 0,0062 m1,01

объем крови (л) 0,055 m0,99

вес сердца (кг) 0,0058 m0,99 = 0,006 m

частота дыхания (/мин) 53,5 m-0,26

частота сокращений сердца (/мин) 241 m-0,25

масса почек (кг) 0,021 m0,85

масса печени (кг) 0,082 m0,87

==> площадь поверхности тела (м2) S(m) = 0,1 m2/3

обмен O2 для млекопитающих: = 0,33 л O2 о м-2 <поверхности альвеол> ч-1

<затраты на движение в зависимости от размера, m - масса в кг>

бег 2,7 m-7/18 ккал о кг-1 о км-1

полет 0,9 m-5/18 ккал о кг-1 о км-1

плавание 0,4 m-5/18

<за пределами диапазона 10-3 - 10 кг значения, рассчитанные по приведенной зависимости затрат на плавание можно рассматривать как ориентировочные, непосредственного подтверждения для этой зависимости нет>

КПД превращения химической энергии в механическую в мышце - 20-25

Максимальная сила сокращения мышц - 40-50 Н/см2

6. Содержание в крови у человека (в норме): глюкоза - 3,5-5,5 мМ; кислород - 200 мл O2(г)/л крови; углекислый газ (все формы) артериальная кровь - 500 мл CO2(г)/л крови венозная кровь - 550 мл CO2(г)/л крови

8. Второе начало термодинамики

Лекцию прочитал к.т.н. **Овчинкин Владимир Александрович** (кафедра общей физики МФТИ) 7 июля 2010 г. с 9:00 до 10:25.

Теплоёмскость в политропическом процессе постоянна.

$\ln 2 = 0,693$, $\ln 3 = 1,0986$, $\ln 5 = 1,609$, $\ln 7 = 1,946$.